

КРЕТАЊЕ ПРОЈЕКТИЛА У ВАЗДУШНОМ ПРОСТОРУ

MOVEMENT OF PROJECTILE IN AIR ENVIRONMENT

Аутор:

СРЂАН ТОДОРОВ, ученик I разреда средње школе, Гимназија, Смедерево,

Ментор:

ДАМЈАН СТАНКОВИЋ, професор физике, Гимназија, Смедерево
Регионални центар за таленте Пожаревац

РЕЗИМЕ

Сврха и циљ овог истраживања је да се на научној основи разоткрије комплексност проблематике кретања пројектила у ваздуху као средини.

Применом методе анализе садржаја изабрани су одговарајући извори података, а затим је на персоналном рачунару помоћу више програмских решења извршено експериментално испитивање математичко-графичких модела путања кретања. Разматране су карактеристике теоријског и реалног кретања пројектила („косог хица“) и упоређени су њихови елементи и релативна одступања.

Операционализацијом циља истраживања реализовани су постављени задаци и доказани унапред претпостављени (очекивани) резултати. Доказано је да поред неопходних (почетних) услова, на лет пројектила утичу и фактори који се не могу променити али се научним и практичним методама могу у великој мери предвидети.

Најбитнији закључак овог истраживања је да се нежељена одступања динамичке путање пројектила превентивним (корективним) поступцима и конструктивним (техничким) решењима могу свести на минимум што значи и очување драгоцених људских и материјални ресурса.

Кључне речи: Кретање; путања; пројектил; спољна балистика; ваздух.

SUMMARY

The purpose and the aim of this research is to scientifically reveal the complexity of the issue of projectile movement in the air environment.

The appropriate sources of data have been selected by applying content analysis method and then the experimental testing of mathematical-graphic model path of movement was performed by using multiple software solutions. Characteristics of theoretical and real projectile's movement („batter shot“) have been surveyed and their elements and relative variation have been compared.

By careful planning of the operational steps towards achieving the goal of this research, the given tasks were accomplished and the expected results confirmed. It was shown that apart from the required conditions, the projectile flight was also influenced by factors that could not be changed, but could largely be predicted with the help of scientific and practical methods.

The most significant conclusion of this research is that the unwanted deviations of the dynamic path of the projectile can be reduced to a minimum by prevention procedures and technical solutions, which results in reaching a humane goal and that is the preservation material resources.

Key words: movement; path; missile; external ballistics; air.

1. УВОД

Из језичке формулације самог наслова овог истраживачког рада јасно се препознају предмет и проблем истраживања.

Проблем истраживања у овом раду је кретање тела у простору до прве космичке брзине ($\approx 7,9$ km/s). Предмет истраживања је ужег обухвата и односи се на кретање тела у ваздушном простору као средине брзинама до 2,5 Маха (≈ 850 m/s). Највећи утицај на само кретање поред почетних и неопходних услова највише испољава отпорност ваздуха, услови зависе од метеоролошких појава, а метео-ситуација зависи од географске ширине, надморске висине као и карактеристика земљине површине.

Извор података су литература (књиге, часописи) и интернет сајтови чији преглед је дат у прилогу на крају рада.

2. МАТЕРИЈАЛ И МЕТОДА РАДА

Да би се уопште реализовало истраживање применом методе анализе садржаја, потребно је било извршити проналажење доступних (јавних) извора података и адекватних инструмената. Затим извршити прикупљање писаних - електронских материјала, критичком анализом одредити тежиште рада и одабрати најповољније методе и начин рада. Критеријум за избор материјала за обрађивање су биле кључне речи наведене у резимеу. Овако изабрани материјал, је затим методама анализе и синтезе обрађиван / проучаван, добијени су одређени резултати, извршена је провера вредности истих и на крају су сва сазнања обједињена у једну целину.

У раду доминира мисаони процес, усмерен је на проширивању и провери постојећих знања. Тежиште у разматрању је дато на проучавању путање лета пројектила познате као "коси хитац".

Провера је вршена мисаоним моделовањем (на текстуално-графичком моделу) и методом експеримента - применом рачунарске технике и софтверских програма вршено је испитивање проблема одређивања путање у зависности од почетних услова и фактора средине. Испитивање је вршено за хипотетички пројектил 152 mm (за хаубицу 152 mm М55 - совјетске производње и хаубицу - топ 152 mm М84В1 / М84В2 домаће производње).

3. РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Да би се уопште разматрала међузависност величина којима се описује и конструише кинематичка путања пројектила, неопходно је описати кретање тела по путањи "коси хитац". Због ограниченог обима рада, проучавање кретања тела по тзв. путањи „косог хица” биће разматрано кроз две целине. Прва целина: кретање тела као материјалне тачке у простору без ваздуха биће разматрана теоретски. Друга целина: кретање пројектила у ваздушном простору, биће разматрана кроз испитивање у програмским решењима¹ узимајући у обзир особине и параметре ваздуха као средине (флуида), параметре и карактеристике пројектила, те утицај аеродинамичке силе на његово кретање и стабилност.

3.1. КРЕТАЊЕ ТЕЛА У ГРАВИТАЦИОНОМ ПОЉУ ЗЕМЉЕ

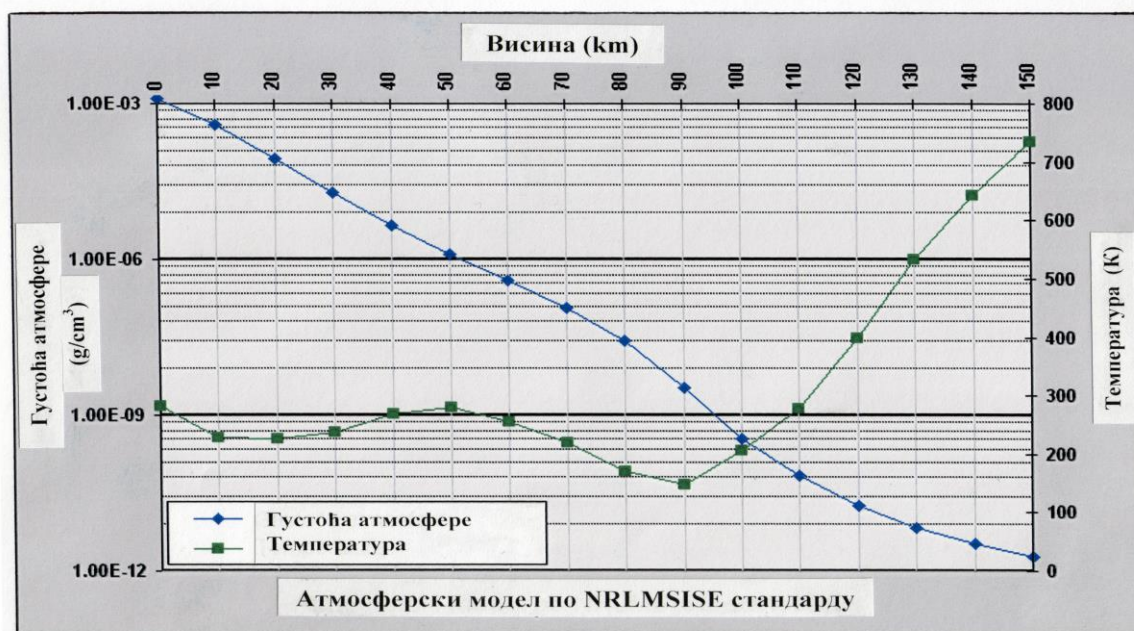
Кретање (у физици) је промена положаја тела у односу на неко друго тело. Кретање је главна особина материје и сва материја у свемиру се налази у сталном кретању. Дакле, кретање се може посматрати у макро и микро окружењу (систему), а као појава најчешће се разматра у односу на брзину, време, путању и др.

¹ У практичном раду је коришћено више програмских решења у FORTRAN -у које се користе на Војној Академији Војске Србије. Аутор поменутих програмских решења је проф. др. Душан Регодић, дипл. инж., сада пуковник у пензији. Након добијања сагласности за коришћење са катедре наоружања, већину програмских решења прерадио сам у програмски језик MATLAB, али с обзиром да овај програм није "легалан", резултати нису приказани у раду.

Гравитација односно **сила теже** је физичка интеракција која изазива привлачење између тела, а што је последица њихове масе. То је једна од четири основне силе које делују у природи, представља силу привлачења између материјалних тела свих величина - од атома до планета у галаксијама, звезда у универзуму, итд. Гравитација је сила којом планета Земља привлачи и држи све материјалне ствари (жива бића и предмете) на својој површини и још се назива и Земљина тежа. Сва материјална тела поседују силу гравитације, али су те силе далеко мање него сила Земљине теже која се осећа и на 80.000 километара удаљености од Земље. Генерално, цела структура универзума се базира на гравитацији.

У физици, кретање тела се разматра најчешће у безваздушном простору (вакуму) и атмосфери – ваздуху као средини (флуиду) па је из тог разлога важно размотрити ову тематику.

Земљина **атмосфера** је слој гасова који окружују планету Земљу и који задржава Земљина гравитација. Густина ваздуха као и брзина звука у ваздуху, нису величине које се практично мере. Обично се мери температура, притисак и влажност: друге величине се онда одређују теоретским везама [26,5]. Да би се одредиле карактеристике атмосфере у зависности од висине, мери се температура и влажност – у зависности од висине, а притисак при земљи. Мерење температуре и влажности са висином најчешће се изводи сондажом. Температура Земљине атмосфере се мења са висином (слика бр. 1).



Слика бр.1:Графикон атмосферског модела
Image 1: Chart of atmospheric models

3.2. ЕЛЕМЕНТИ КРЕТАЊА ТЕЛА ПО ПУТАЊИ “КОСИ ХИТАЦ”

Путања тела представља геометријско место тачака које при свом кретању описије центар или тежиште тела. Кретање тела по путањи „косог хица” одвија се услед деловања неке погонске групе и неком неравномерном променом брзине. С обзиром да је кретање веома сложено, а да се на овом нивоу школовања још увек не изучава диференцијални и интегрални рачун, у раду ће бити коришћене само у најнеопходнијем обиму диференцијалне једначине и тригонометријске функције јер без њихове употребе рад не би имао довољну тежину истраживања.

Овом проблематиком у пракси се највише баве војни стручњаци кроз посебну војно – техничку дисциплину познату као спољна балистика².

² **Балистика** (гр. βαλλειν - „bali” што значи бацањем) – наука која се бави проучавањем кретања пројектила ватрених оруђа (оружја) [3,100].

У општем случају, за безваздушни и ваздушни простор и утицајем земљине гравитационе силе, путања „косог хица” као просторна крива најчешће се разматра у тродимензионалном, десном координатном систему $Oxyz$ (слика бр 2), а најчешће ознаке за обележавање величина су:

O – координатни почетак, полазна тачка на путањи кретања тела,

x – оса, позитиван смер се одређује смером хоризонталне компоненте брзине,

y – оса је вертикална оса са смером навише,

z – оса је позитивна када се из тачке O посматра у правцу и смеру кретања тела,

S – теме путање, $S(X_s; Y_s; Z_s)$,

C – падна тачка тела, односно тачка проласка кроз хоризонталну раван, $C(X_c; 0; Z_c)$,

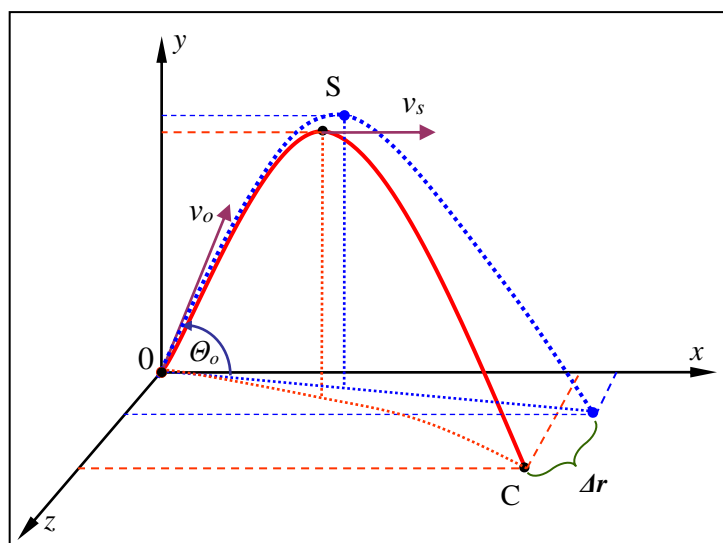
V_o – почетна брзина тела,

θ_o – угао између хоризонталне равни и почетне брзине V_o (почетни угао),

\overline{OC} – хоризонтални домет (D или d),

Δr – одступање путање пројектила - „померање путање услед скретања”.

Време од полазне тачке до падне тачке назива се време кретања тела и обележава са T_c или t_c .



Слика бр. 2: Елементи путање пројектила
Image 2: Elements of projectile paths

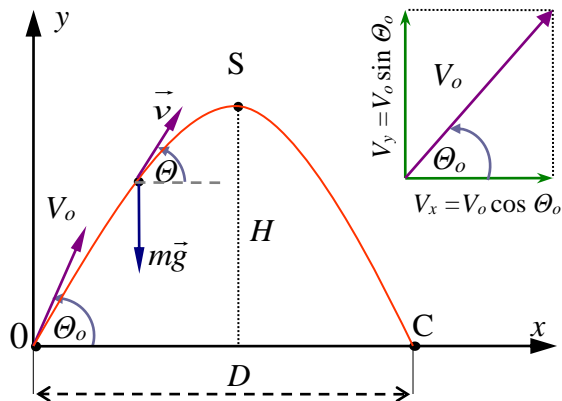
3.3. КРЕТАЊЕ ТЕЛА У БЕЗВАЗДУШНОМ ПРОСТОРУ (ВАКУМУ)

На кретање тела у безваздушном простору утичу следећи чиниоци: почетна брзина тела V_o , полазни угао θ_o и убрзање силе Земљине теже g . Занемаривањем одређених фактора коју су присутни у реалним условима, путања „косог хица” се знатно поједностављује и добија облик графичке функције познате у математици као „парабола”³.

Параболна теорија представља студију кретања тела под претпоставком да је убрзање земљине теже $g = \text{const}$ и да нема силе отпора ваздуха. У решавању проблема занемарена је и кривина Земље па у пракси има веома ограничену примену. Неке законитости кретања у безваздушном простору су сличне законитостима за ваздушни, али су упрошћеније, па се лако могу представити у коначном математичком облику, анализирати и изводити закључци, што је један од разлога проучавања параболне теорије.

На слици број 3 је приказано разлагање брзине на компоненте помоћу тригонометријских функција.

³ **Парабола** (гр. *πάραβολη*) геометријски: линија другог реда



Слика бр.3: Разлагање брзине на путањи
Image 3: Speed's dissolution in the projectile path

3.3.1. ПАРАМЕТАРСКА ЈЕДНАЧИНА КРЕТАЊА $y = f(x)$

До једначине кретања може се доћи разматрањем слике 4 на следећи начин:

Ако на тело не делује сила Земљине теже g , већ се оно креће равномерно и праволинијски, за време t ће прећи пут од тачке 0 до тачке М који је једнак:

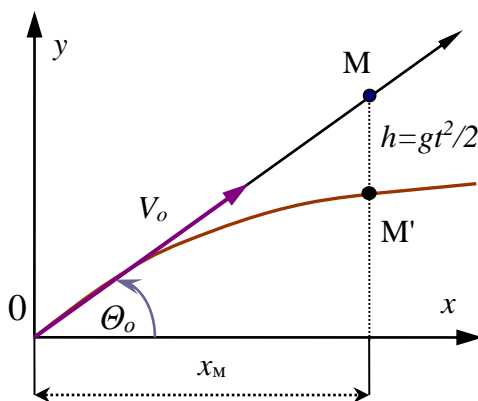
$$\overline{OM} = V_0 t$$

и нашло би се у тачки М. Апсциса тачке М се може израчунати према обрасцу:

$$x = V_0 t \cos \theta_0, \quad (1.1)$$

а ордината тачке М је:

$$y = V_0 t \sin \theta_0. \quad (1.2)$$



Слика бр.4: Објашњење кретања тела
Image 4: Explanation of particle's movement

С обзиром да тело под утицајем Земљине теже слободно пада, тј.:

$$h = gt^2/2$$

то ће израз за ординату тачке М' бити:

$$y = V_0 t \sin \theta_0 - gt^2/2$$

у којима је параметар t време кретања тела. Његовим искључењем од ове две параметарске једначине, добија се једначина путање у безваздушном простору:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \Theta_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0} \quad (1.3)$$

Ово је основна једначина путање у безваздушном простору: $y = f(x)$, у којој је y функција од аргумента x .

У даљем поступку се може одредити положај било које тачке на путањи.

Функција овог облика представља параболу која пролази кроз координатни почетак, а екстремна вредност јој је максимум.

3.3.2. ИЗРАЧУНАВАЊЕ ЕЛЕМЕНАТА ПУТАЊЕ КРЕТАЊА ТЕЛА

На основу анализе једначине параболе (1.3), уочава се да је она функција полазног угла Θ_0 , почетне брзине тела V_0 и убрзања силе земљине теже g . Како у једначини нема масе (m) може се закључити да у безваздушном простору маса тела нема утицаја на путању.

Ова путања је симетрична крива у односу на ординату темена путање; пењући крак једнак је падајућем односно полазна и падна (пролазна) тачка су подједнако удаљене од темена која је уједно и највиша тачка путање, полазни и падни угао су такође једнаки.

3.3.2.1. ЈЕДНАЧИНА ДОМЕТА ТЕЛА

Апсиса падне тачке (С) назива дометом тела и најчешће се обележава са X . Једначина за домет тела најлакше се изводи из једначине путање (1.3) на тај начин што се њена вредност своди на падну тачку, т.ј. $y=0$,

$$x \cdot \left(\frac{gx}{2V_0^2 \cos^2 \Theta_0} - \operatorname{tg} \Theta_0 \right) = 0 \quad (1.4)$$

$$X_1=0, \quad X_2 = \frac{V_0^2}{g} \cdot 2 \sin \Theta_0 \cos \Theta_0 = \frac{V_0^2 \sin 2\Theta_0}{g} \quad (1.5)$$

где X_1 одговара полазној а X_2 падној тачки.

Према томе, једначина за домет гласи:

$$X_c = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\Theta_0}{g} \quad (1.6)$$

Из ове једначине се може запазити, да се највећи домет X_{max} добија за неку одређену почетну брзину V_0 када $\sin 2\Theta_0$ буде имао највећу вредност (јединицу), а то је када $2\Theta_0$ буде 90° , односно $\Theta_0 = 45^\circ$.

У том случају домет максимални X_{max} је једнак:

$$X_{max} = \frac{V_0^2}{g} \quad (1.7)$$

3.3.2.2. ЈЕДНАЧИНА ВРЕМЕНА КРЕТАЊА ТЕЛА

Време кретања тела (t) по параболној путањи до произвољне тачке (x,y) добија се из основне једначине (1.1):

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \Theta_0} \quad (1.8)$$

Из ове једначине се види да је време функција од положаја у односу на апсисну осу: $t=f(x)$. Ако се у ову једначину изврши замена $x=X_c$ (домет тела), добија се укупно време лета тела T , тј:

$$T = \frac{X}{V_0 \cos \Theta_0} = \frac{V_0^2 \cdot 2 \sin \Theta_0 \cos \Theta_0}{g \cdot V_0 \cos \Theta_0} = \frac{2 \cdot V_0 \sin \Theta_0}{g} \quad (1.9)$$

Време кретања тела до темена путање S биће једнака половини укупног времена кретања:

$$T_s = \frac{T}{2} = \frac{V_0 \sin \Theta_0}{g} \quad (1.10)$$

3.3.2.3. ЈЕДНАЧИНА ЗА БРЗИНУ КРЕТАЊА ТЕЛА

Ради извођења ове једначине полази се од закона одржања енергије. Наиме, у моменту кретања тела из полазне тачке, исто ће имати кинетичку енергију:

$$E_0 = \frac{mV_0^2}{2} \quad (1.11)$$

Након извесног времена, тело на пењућем краку губи брзину и у некој тачки путање (сл. бр. 6) имаће кинетичку енергију:

$$E_1 = \frac{mV_1^2}{2} \quad (1.12)$$

Разлика ових двеју кинетичких енергија је рад утрошен на дизању тела масе m на висину y . Тај рад је раван производу из масе, убрзања дејства силе Земљине теже и висине ординате y , тј.:

$$E_0 - E_1 = \frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = mgy \quad (1.13)$$

После скраћивања са масом (m) и множењем са 2, добија се да је:

$$V_0^2 - V_1^2 = 2gy \quad (1.14)$$

односно

$$V = \sqrt{V_0^2 - 2gy} = (V_0^2 - 2gy)^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

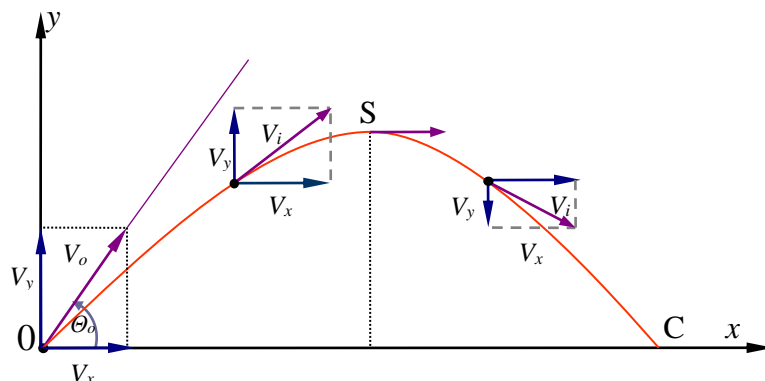
Анализом поткорене величине долази се до закључка да је брзина тела у темену путање S минимална (најмања), јер је за ту тачку ордината у максимална (највећа).

3.3.2.4. ЈЕДНАЧИНА ЗА УГАО КРЕТАЊА ТЕЛА

Са слике број 5 види се да је нагибни угао на путањи кретања дат односом:

$$\frac{V_y}{V_x} = \operatorname{tg} \Theta \quad (1.16)$$

где је: V_y вертикална пројекција брзине, а V_x хоризонтална пројекција брзине. За почетак, када је $t=0$, $x=0$ и $y=0$:



Слика бр. 5: Брзина кретања на параболу
Image 5: Speed of movement on parabola

$$\begin{aligned} V_x &= V_0 \cos \theta_0 \\ V_y &= V_0 \sin \theta_0 - gt \end{aligned} \quad (1.17)$$

Из претходног система једначина добија се:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_x}{V_y} = \frac{V_0 \cdot \sin \theta_0 - g \cdot \frac{x}{V_0 \cdot \cos \theta_0}}{V_0 \cdot \cos \theta_0} = \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g \cdot x}{V_0^2 \cdot \cos^2 \theta_0} \quad (1.18)$$

3.3.2.5 ЕЛЕМЕНТИ ТЕМЕНА ПУТАЊЕ ТЕЛА

Апсиса темена путање (X_s) је једнака половини домета X_c , јер је теме путање S на половини путање, тј.:

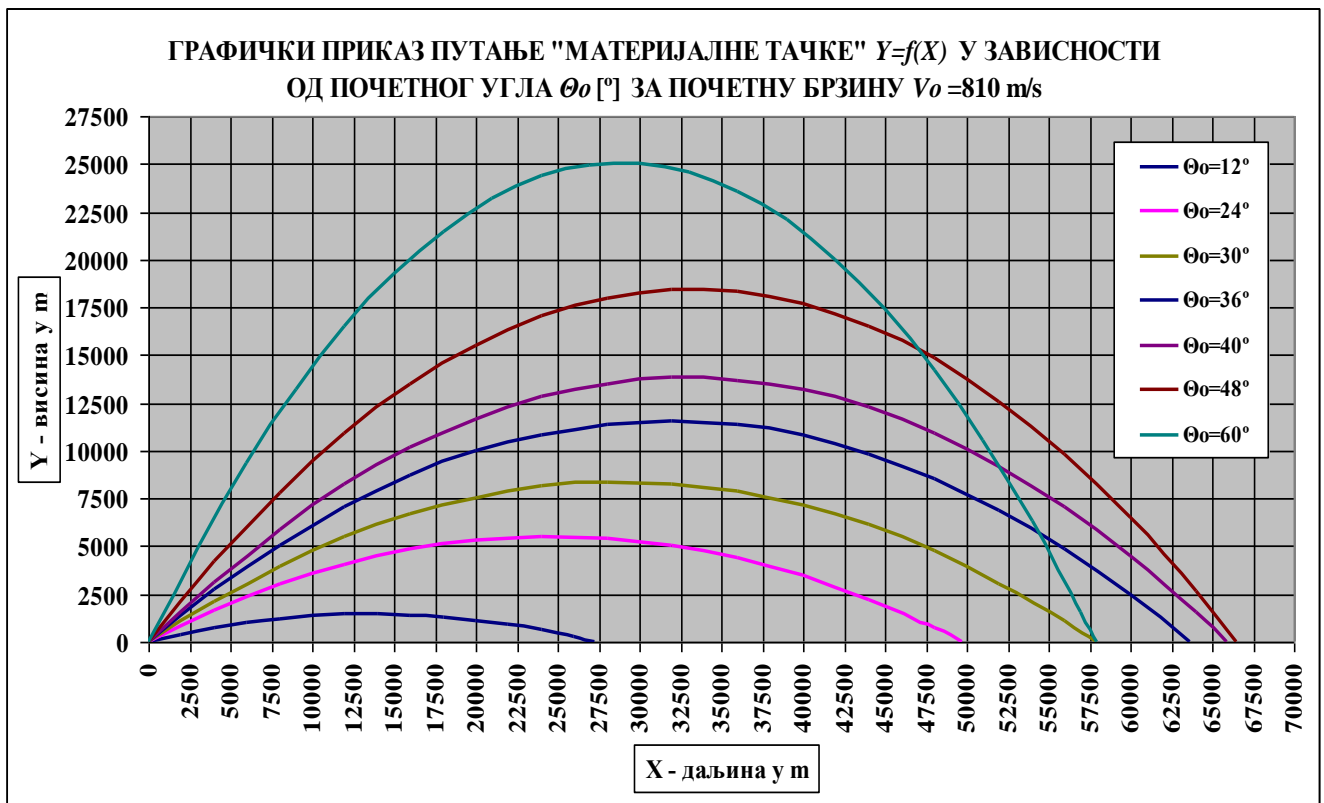
$$X_s = \frac{X_c}{2} = \frac{\frac{V_0^2}{g} \cdot \sin 2\theta_0}{2} = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\theta_0}{2g} \quad (1.19)$$

Ордината темена путање кретања Y_s добија се из једначине параболе у којој се уместо x ставља вредност X_s , па се добија:

$$Y_s = \frac{V_0^2 \cdot \sin 2\theta_0}{2g} \cdot \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g \left(\frac{V_0^2 \cdot \sin 2\theta_0}{2g} \right)^2}{2V_0^2 \cdot \cos^2 \theta_0} \quad (1.20)$$

$$Y_s = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \theta_0}{2g} \quad (1.21)$$

На слици бр. 6 су приказани графици кретања тела у безваздушном простору $Y=f(X)$ за различите полазне (почетне) углове θ_0 и брзину тела $V_0=810$ m/s.



Слика бр.6: Промена ординате путање $y=f(x)$ у функцији промене полазних углова
Image br.6: Change the path ordinate $y = f(x)$ changes in the function of initial angle

Упоредивањем графика путања материјалне тачке, види се да постоје две путање за исти домет али за различита времена кретања. Може се констатовати, да нека путања са почетним углом Θ_0 има исти домет као и друга, чији се почетни угао сабран са Θ_0 допуњује до пуног угла. Ова констатација не важи за резултате полигонских и симулираних кретања пројектила.

3. РЕАЛНА ПУТАЊА ПРОЈЕКТИЛА У ВАЗДУХУ (ВАЗДУШНОМ ПРОСТОРУ)

Напуштањем простора под утицајем земљине гравитационе силе кретање тела добија сасвим сложене путање. Кретање тела око Земље у односу на Сунце има путању облика спирале (растегнуте опруге). Путања кретања тела у ваздушном простору, посматрано у односу на површину Земље обично не лежи у вертикалној равни и има мало другачији облик због отпора ваздуха и скретања тела услед више фактора. Због тога се и реална путања пројектила за услове у ваздушном простору једино може описати помоћу система једначина кретања.

Најпознатије методе решавања система једначина кретања пројектила су:

1. **Сијачијева (Sijaccijeva) метода** из краја XIX века, таблична метода која се одржала до данас и користи се за веома мале углове Θ_0 (положене путање).
2. **Таблице спољнобалистичких података** (нумеричка метода) су урађене за балистичке путање у стандардним метеоролошким условима и за усвојене коефицијенте отпора.
3. **Метода Ранге-Кута** (нумеричка метода) употребљава се за нумеричку интеграцију система диференцијалних једначина коришћењем електронских рачунских машина.
4. **Метода поступних приближавања** користи се за прорачун путање пројектила са реактивном силом и то само активног дела путање.

Интеграциона метода (Ранге-Кута) у моделу са модификованом материјалном тачком и моделом са три слободе кретања користи се за прорачун путање пројектила када се посматрају реални услови: утицај ветра и параметри атмосфере (притисак, температура), Кориолисоново убрзање⁴ због ротације Земље и убрзање Земљине теже, реактивна сила. У обзир се узимају и отпор ваздуха - уношењем аеродинамичких коефицијената за сваки пројектил посебно.

Као нормални метеоролошки услови сматрају се:

- приземни ваздушни притисак $H = 1000 \text{ mbar}$,
- приземна температура ваздуха $t_v = + 15^\circ \text{ C}$,
- релативна влажност ваздуха 50 %,
- атмосфера мирна (без ветра).

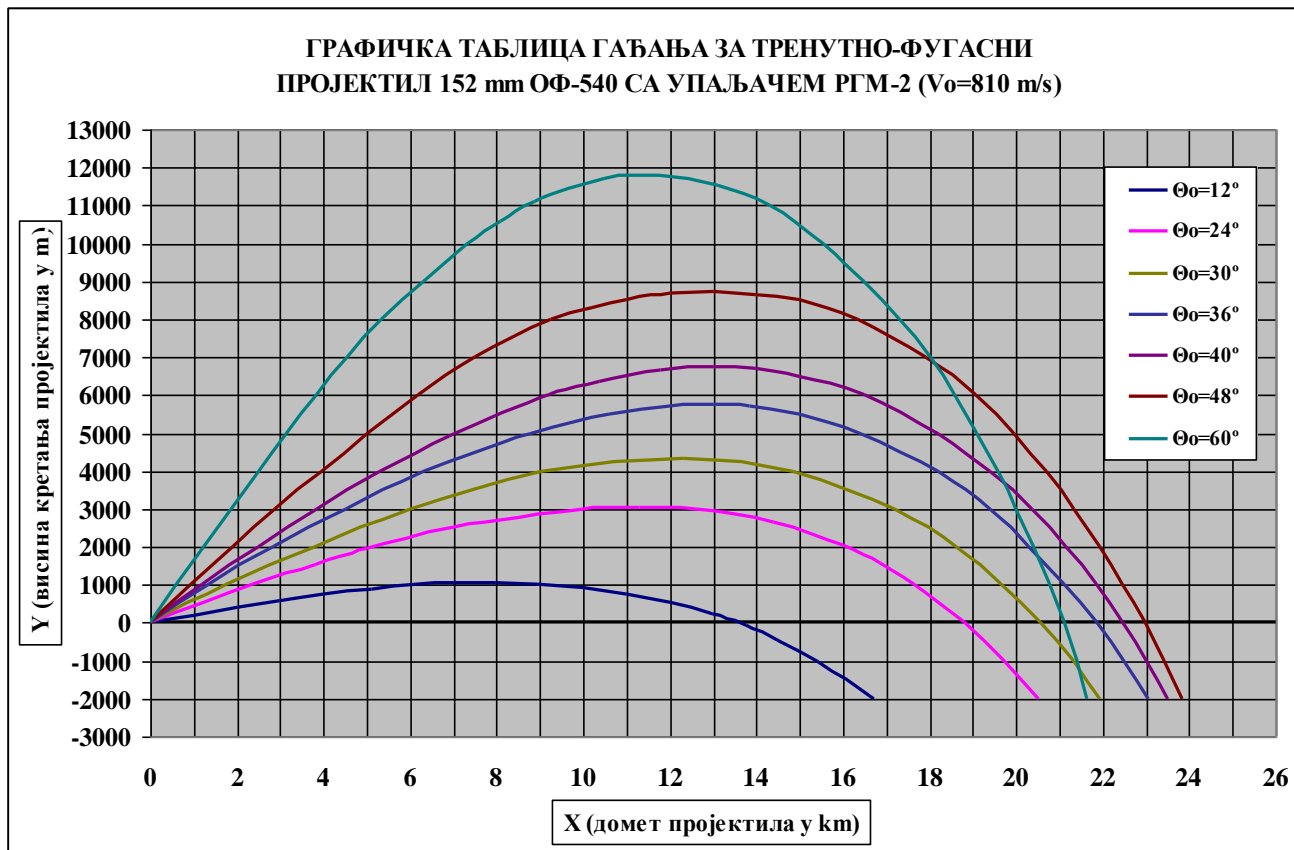
У даљем раду биће приказани излазни резултати кретања хипотетичког пројектила 152 mm у програмском решењу "PROGRAM SB06.FOR"⁵.

На основу резултата који су добивени спољнобалистичким прорачуном у напред наведеном програму, на слици број 7 је приказана графичка таблица гађања за тренутно-фугасни пројектил 152 mm ОФ-540 са упаљачем РГМ-2.

⁴ Coriolisov ефекат је појава закривљења праволинијске путање тела које се креће у ротирајућем координатном систему. За мале брзине кретања тела посебно у правцу север - југ и обрнуто Coriolisovo убрзање се занемарује у односу на убрзање земљине теже (највеће Coriolisovo убрзање је $0,0035 \text{ m/s}^2$).

⁵ "PROGRAM SB06.FOR" је програмско решење у FORTRAN (са 6 слободи кретања) у којим се врши прорачун путање пројектила. Ово веома комплексно програмско решење састоји се од петнаестак потпрограма, а сама улазна датотека обухвата преко 25 различитих величина. Потпрограми су такође веома сложени, али веома реално решавају различите ситуације као што су: утицај атмосферских услова на лет пројектила, прорачуни стабилности лета услед аеродинамичких сила и момената, претварање координата у различите координатне системе и др. На основу резултата излазне датотеке осим путање пројектила графички се могу приказивати и друге међузависности излазних величина (функције координата и брзине од времена, угаона скретања, проклизавања, ...).

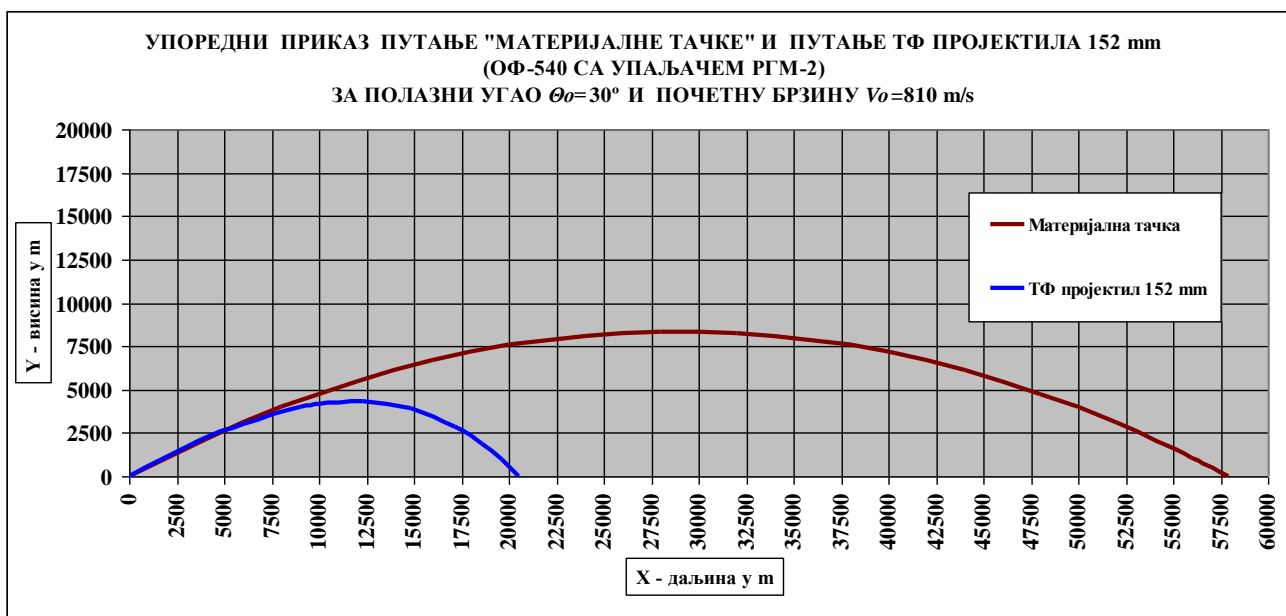
**ГРАФИЧКА ТАБЛИЦА ГАЂАЊА ЗА ТРЕНУТНО-ФУГАСНИ
ПРОЈЕКТИЛ 152 mm ОФ-540 СА УПАЉАЧЕМ РГМ-2 ($V_0=810$ m/s)**



Слика бр.7: Промена ординате путање пројектила у функцији промене полазних углова
Image br.7: Change the path ordinate projectile changes in the function of initial angle

4. РЕЛАТИВНА ОДСТУПАЊА ТЕОРИЈСКОГ И РЕАЛНОГ КОСОГ ХИЦА

Аналитичким (математичким) прорачуном за материјалну тачку у безваздушном простору тзв. теоријски коси хитац и спољнобалистичким прорачуном помоћу персоналног рачунара у програмском решењу “PROGRAM SB06.FOR” добијени су одређени резултати. Максималне вредности за даљину D , висину H и време лета пројектила t приказани су у табели број 1, а на слици број 8 дат је упоредни приказ за полазни угао $\theta_0 = 30^\circ$ и почетну брзину $V_0 = 810$ m/s.



Слика бр.8: Упоредни приказ путање материјалне тачке и пројектила 152 mm
Image br.8: Comparative view of the material point's path and 152 mm projectile's path

Резултати симулираног – реалног косог хица су веома подударни са резултатима који се добијају на полигонима. Разлика је у томе што је брзина у теменој – S и падној тачки C по овом моделу за око 2-4% мања у односу на брзину измерену на полигону. Такође и домет D_r пројектила у полигонским условима је већи за 1-3%.

Табела бр. 1

| Полазни угао θ_0 [°] | Резултати симулираниг лета пројектила (r - реални) | | | Резултати за материјалну тачку (t - теоретски) | | |
|--------------------------------|---|-----------|-----------|---|-----------|-----------|
| | D_r [km] | H_r [m] | t_r [s] | D_t [km] | H_t [m] | t_t [s] |
| 12 | 13,72 | 1062 | 27,81 | 27,22 | 1446 | 34,33 |
| 24 | 18,89 | 3056 | 47,40 | 49,69 | 5532 | 67,17 |
| 30 | 20,55 | 4353 | 55,73 | 57,92 | 8360 | 86,57 |
| 36 | 21,85 | 5761 | 62,44 | 63,60 | 11553 | 97,07 |
| 40 | 22,45 | 6758 | 66,30 | 65,86 | 13817 | 106,15 |
| 48 | 22,96 | 8739 | 69,45 | 66,51 | 18468 | 122,72 |
| 60 | 21,16 | 11805 | 99,41 | 67,92 | 25080 | 143,01 |

На основу резултата истраживања приказаних у претходној табели, извршено је упоређивање истих за реалне (симулиране) и теоретске услове са циљем да се устави дали постоји међузависност односно да се докаже могућа међусобна корелација.

Упоређивањем резултата дибијено је релативно одступање висине помоћу следеће једначине:

$$\rho_{H_{\max}} = \frac{\Delta H_{\max}}{H_{\max t}} = \frac{H_{\max t} - H_{\max r}}{H_{\max t}} \quad (1.22)$$

где је: $H_{\max t}$ - максимална висина за безваздушни простор,

$H_{\max r}$ - максимална висина добијена симулацијом.

На исти начин су упоређивана одступања за даљину D и време t и резултати су приказани у табели број 2.

Табела бр. 2

| Полазни угао θ_0 [°] | Одступања по даљини | | Одступања по висини | | Временска одступања | |
|--------------------------------|---------------------|--------------|---------------------|--------------|---------------------|--------------|
| | ΔD [km] | ρ_D [%] | ΔH [m] | ρ_H [%] | Δt [s] | ρ_t [%] |
| 12 | 13,50 | 49,6 | 384 | 26,5 | 6,52 | 18,9 |
| 24 | 30,81 | 60,5 | 2476 | 44,7 | 19,77 | 29,4 |
| 30 | 37,37 | 64,5 | 4007 | 47,9 | 30,84 | 35,6 |
| 36 | 41,75 | 65,6 | 5792 | 50,1 | 34,63 | 35,7 |
| 40 | 43,41 | 65,9 | 7059 | 51,1 | 39,85 | 37,5 |
| 48 | 43,55 | 65,5 | 9729 | 52,7 | 53,27 | 43,4 |
| 60 | 36,76 | 63,5 | 13275 | 52,9 | 43,60 | 30,5 |

Може се запазити да за почетни угао $\theta_0 \geq 30^\circ$ релативна одступања између реалних и теоријских величина су скоро независни од угла, посебно за домет и висину пењања.

У прорачунима у току припреме за гађање, потребно је обавезно узети у обзир и друге факторе који утичу на дата одступања, и то:

- уздужни ветар од $W_x = 10$ m/s повећава / скраћује домет за 587 m,
- одступање од нормалне температуре (15° C) за $\Delta t = 10^\circ$ C мења домет за 321 m,
- одступање ваздушног притиска за $\Delta H = 10$ mbar повећава / скраћује домет за 137 m.

ЗАКЉУЧАК

Као што је и у уводу речено проблем истраживања у овом раду је кретање тела у простору, а предмет истраживања је конкретизован у питању кретања пројектила (крутог тела) у ваздушном простору као средине.

У раду је анализирано кретање реалног пројектила у одређеним метеоролошким условима (приземни ваздушни притисак $H=1000$ mbar, приземна температура ваздуха $t_v= +15^\circ$ C, релативна влажност ваздуха 50%, атмосфера мирна - без ветра) а то кретање је упоређивано са кретањем материјалне тачке са истом почетном брзином и почетним углом. Најзначајнији закључак је да су релативна одступања између реалних и теоријских величина за почетни угао $\Theta_0 \geq 30^\circ$, скоро независни од угла, посебно за домет (око 65%) и висину пењања (око 50%).

Проблем истраживања је веома комплексан и у овом раду нису обухваћене све могућности. Исти се у будуће може истраживати у више смерова, а резултати ће свакако бити занимљиви.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Gilat Amos, *Uvod u MATLAB® 7 sa primerima (превод)*, Микро књига, Београд, 2005.
- [2] Виличић Јанко, Гајић Милан, *Балистика (уџбеник за ВА КоВ)*, ССНО, Београд, 1979.
- [3] Вујаклија Милан, *Лексикон страних речи и израза*, Просвета, Београд, 2007.
- [4] Јанковић Слободан, *Аеродинамика пројектила*, МФ Универзитета у Београду, Београд, 1979.
- [5] Јанковић Слободан, *Спољна балистика*, Војноиздавачки завод, Београд, 1977.
- [6] Колектив ауторов, *Курс артиљерије – книга 3 (Внешняя балистика. Метеорологија в артиљерији. Полная подготовка данных для стрельбы.)*, Воениздат НКО СССР, Москва, 1948.
- [7] Крејић Н, Херцег Ђ., *Математика и Mathematica*, Симбол, Нови Сад, 2004.
- [8] Регодић Душан, *Спољна балистика*, МО - Војна Академија, Београд, 2006.
- [9] Регодић Душан, *Збирка решених задатака из спољне балистике*, В. Академија, Београд, 2003.
- [10] Сакан Момчило, *Методологија војних наука*, Војноиздавачки завод, Београд, 2006.
- [11] *Таблице гађања (привремене) за хаубицу - топ 152 mm M-84B1 и M-84B2*, ССНО, 1990.
- [12] Никезић Д., *Fortran 90 и Visual Fortran*, Природно-математички факултет, Крагујевац, 2006.

Интернет адресе са којих је коришћен и преузет део података и материјала:

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu>

<http://mirsl varei.com/>

<http://www.amyat.narod.ru/index.html>